

RESIGNIFICACIÓN DEL BINOMIO DE NEWTON A LA SERIE DE TAYLOR EN UN MARCO DE PRÁCTICAS SOCIALES ASOCIADAS AL CONTEXTO DE INGENIERÍA CIVIL

HIPÓLITO HERNÁNDEZ PÉREZ

Polito_hernandez@hotmail.com

Seminario de Doctorado, Grupo 2.

Resumen

En este proyecto pretendemos abordar la problemática de la enseñanza del Cálculo en la carrera de Ingeniería Civil, debido a la descontextualización y desvinculación de los contenidos tanto en los programas de estudios y en los textos de Cálculo y Álgebra utilizados en el discurso escolar vigente. Nuestro objetivo es proponer un eje integrador de los contenidos matemáticos y físicos en el contexto de la Ingeniería Civil, considerando a la predicción y la interpolación como columna vertebral de la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor en el sentido de construir una epistemología actualizada que incluya los argumentos de los estudiantes de Ingeniería Civil dentro de un enfoque socioepistemológico.

Introducción

En la actualidad el discurso matemático escolar en la carrera de Ingeniería Civil presenta una desvinculación entre los contenidos de la Matemática, en particular del Cálculo, y los contenidos de la Física propios de la Ingeniería Civil con respecto a sus fenómenos físicos y a sus fenómenos de ingeniería. Observamos también, que el binomio de Newton tiene un tratamiento puramente algebraico utilizado como una herramienta para otras asignaturas de la matemática escolar, sin considerar su origen, su aspecto social y su alcance, de igual manera, la serie de Taylor es utilizada solamente como herramienta para analizar la convergencia bajo el enfoque de Cauchy, sin tomar en cuenta su alcance en los fenómenos físicos. El binomio de Newton y la serie de Taylor se deberían pensar un tanto como lo sugiere Newton en la construcción del binomio y la Serie de Taylor en cuanto instrumento de predicción y no como objeto de convergencia como aparece en los textos de matemáticas. Hecho que dificulta el proceso de enseñanza aprendizaje en la carrera de Ingeniería Civil.

De acuerdo a la investigación epistemológica de Hernández (2006b) se visualizó a la práctica social de predicción como eje integrador de contenidos asociados al Cálculo, a la Física y a la Ingeniería Civil para favorecer los procesos de enseñanza aprendizaje. Un enfoque con estas características es conocido actualmente como un acercamiento socioepistemológico (Cantoral, 2004). De manera que los objetivos de nuestra investigación es robustecer la epistemología inicial de la matematización del movimiento asociado a la transición del binomio de Newton a la serie de Taylor a través de la predicción e interpolación (Hernández, 2006) en el sentido de construir una epistemología actualizada que incluya los argumentos de los estudiantes de Ingeniería Civil. Con la finalidad de proponer un eje integrador de los contenidos matemáticos y físicos en el contexto de la Ingeniería Civil, considerando a la predicción y la interpolación como columna vertebral de la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor en el sentido de construir una epistemología actualizada que incluya los argumentos de los estudiantes de Ingeniería Civil.

Planteamiento del problema de investigación y su justificación

En la actualidad el discurso matemático escolar en la carrera de Ingeniería Civil presenta una desvinculación entre los contenidos de la Matemática, en particular del Cálculo, y los contenidos de la Física propios de la Ingeniería Civil con respecto a sus fenómenos físicos y a sus fenómenos de ingeniería. Esta desvinculación se visualiza con base en la revisión del plan de estudio de Ingeniería Civil y en los programas de estudio de las asignaturas de Cálculo, Física e Ingeniería (Plan de estudios, 2000). Así mismo en los textos de Álgebra (Baldor, 1988), de Cálculo (Stewart, 2002), de Ecuaciones Diferenciales (Zill, 1993), de Métodos Numéricos (Chapra y Canales, 2003; Burden y Faires, 1998), de Física (Benson, 1999) y de Ciencias de la Ingeniería (Aparicio, 2004) observamos que los contenidos están separados entre una asignatura y otra, así como su desvinculación con los contextos físicos y de ingeniería, en referencia al binomio de Newton y la serie de Taylor. En los libros de texto antes citados, el binomio de Newton tiene un tratamiento puramente algebraico utilizado como una herramienta para otras asignaturas de la matemática escolar, sin considerar su origen, su aspecto social y su alcance, de igual manera, la serie de Taylor es utilizada solamente como herramienta para analizar la convergencia bajo el enfoque de Cauchy (1882), sin tomar en cuenta su alcance en los fenómenos físicos. Hecho que dificulta el proceso de enseñanza aprendizaje en la carrera de Ingeniería Civil. En algunas investigaciones de carácter internacional sobre la enseñanza de la matemática no consideran que el discurso matemático escolar sea susceptible de modificaciones pertinentes, confiriéndole en consecuencia un cierto carácter de inmutabilidad a los conceptos y procesos matemáticos en cuestión (Cantoral, 2001; Farfán, 1997).

En los textos de Física y Ciencias de la Ingeniería Civil, utilizadas en nuestro medio, eventualmente aparecen ideas estrechamente vinculadas a las nociones de Cauchy de la serie de Taylor pero es usual encontrar argumentos como el siguiente: “Si p representa a un parámetro físico en un instante dado de tiempo t , un momento después $t + dt$, este parámetro será $p + dp \dots$ ”, que requiere para su conceptualización el pensar un tanto como lo sugiere Newton en la construcción del binomio y la Serie de Taylor en cuanto instrumento de predicción y no como objeto de convergencia como aparece en los textos de matemáticas. Aunque el discurso de la matemática escolar vigente en las escuelas de las disciplinas mencionadas parece inhibir las ideas de variación y predicción de los estudiantes ya que el Cálculo escolar es visto como una estructura formal que antecede al Análisis. No obstante las estrategias seguida por los estudiantes para resolver problemas propios de la Física, son de una naturaleza dinámica donde las ideas de cambio y variación están presentes (Solís, 1999).

Esta premisa lleva a plantear una propuesta diferente en donde se incorporen aspectos de los significados inherentes a las intuiciones del sujeto que le permitan acceder al concepto, aunque provengan de diferentes fuentes de referencia (Marcolini y Perales, 2005). De acuerdo a la investigación epistemológica de Hernández (2006b) se visualizó a la práctica social de predicción como eje integrador de contenidos asociados al Cálculo, a la Física y a la Ingeniería Civil para favorecer los procesos de enseñanza aprendizaje. Un enfoque con estas características es conocido actualmente como un acercamiento socioepistemológico (Buendía, 2004; Buendía y Cordero, 2005; Cantoral y Farfán, 2003; Cantoral, 2004; Muñoz, 2006) donde incorpora cuatro dimensiones en forma sistémica a saber: la epistemológica, la cognitiva, la didáctica, y la social. Aunque se asume que se trata de fenómenos didácticos de la matemática, la construcción de conocimiento matemático es eminentemente social, esto implica que el conocimiento se resignifica al paso de la vivencia de las instituciones, entonces la actividad humana como prácticas sociales son generadores de conocimiento, debido a que estas actividades son parte de la

forma de organización de los grupos humanos, donde se manifiestan sus pensamientos, significados, argumentaciones o necesidades, todos orientados con intencionalidad para alcanzar los consensos de grupo social.

En el contexto anterior se plantea la siguiente pregunta de investigación *¿Cuáles son los argumentos que se generan en los estudiantes en la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor en el contexto de la Ingeniería Civil?*

En consecuencia nuestra hipótesis principal de investigación es: *la predicción y la interpolación como argumentaciones de los estudiantes, en tanto columna vertebral de la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor, que permitirían ser un eje integrador de los contenidos matemáticos y físicos en el contexto de la Ingeniería Civil.*

De manera que los objetivos de nuestra investigación son:

- Robustecer la epistemología inicial de la matematización del movimiento asociado a la transición del binomio de Newton a la serie de Taylor a través de la predicción e interpolación (Hernández, 2006b¹) en el sentido de construir una epistemología actualizada que incluya los argumentos de los estudiantes de Ingeniería Civil.
- Diseñar situaciones didácticas en donde los estudiantes generen argumentos de resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor, en un contexto de Ingeniería Civil, con la finalidad de reconstruir el Cálculo en el marco de la práctica social de predecir como eje integrador de los contenidos matemáticos y físicos, para transformar nuestro sistema didáctico.

A partir de los resultados obtenidos de esta investigación, se estará en posibilidades de transformar de manera importante la naturaleza del currículo de un curso de Cálculo, centrado en la práctica social de predecir como la columna vertebral de las situaciones didácticas en el contexto de diferentes fenómenos físicos propios de la Ingeniería Civil.

Estado del arte

En el desarrollo de la sociedad, la identidad del ser humano tiene la característica de la búsqueda del pasado y el futuro en el proceso mismo de negociar el presente, se devela en las interacciones de la humanidad con su entorno y con los otros, en sus prácticas, por sus capacidades, las herramientas que emplea, por sus intenciones, por su visión del mundo, por su pertenencia a comunidades en resolver diferentes problemáticas que surgen en la sociedad y su contexto. Es por ello que nuestra investigación está dirigida a presentar y argumentar sobre el papel de la actividad humana en la construcción de conocimiento (Candela, 2001; Cordero, 2003) y la relación con las prácticas sociales implícita o explícita en el transcurso de la matematización del movimiento y del surgimiento del binomio de Newton y la transición hacia la serie de Taylor en el estudio de los fenómenos de cambios naturales, tales como: físicos, y propios de la Ingeniería Civil, de lo anterior se ha encontrado diversas nociones, argumentos y representaciones matemáticas que surgen de la interacción y transformación de los fenómenos naturales o sociales en la evolución de la sociedad.

Por ejemplo, en nuestro contexto el modelo de un fenómeno en ingeniería aparecen de diferentes tipos: físicos, esquemáticos, gráficos, matemáticos, y en forma de simulación. Los usuarios de ingeniería emplean de diferentes formas los modelos, tales como, concepción de ideas para comunicación, para predicción, para control, para instrucción y como una herramienta usada para

¹ Hernández, H. (2006b). *Una visión socioepistemológica de la matematización del movimiento: del binomio de Newton a la serie de Taylor*. Tesis de maestría, UNACH, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.

transformarlo. Un modelo es algo utilizado en sustitución de lo modelado, la manipulación del modelo nos permite entender y predecir el comportamiento del fenómeno, así como validar hipótesis y elaborar estrategias para la intervención. Por tanto, el modelo es un ente para la intervención en la naturaleza, es una herramienta, es algo utilizado para comprender e intervenir en lo modelado, la representación es de alguna forma el reflejo de una “realidad”, de una situación o conocimiento preexistente (Arrieta, 2003), en la cual puede ser reconstruido al ponerlo en escena.

En las investigaciones desarrolladas en matemática educativa, el estudio de la matematización de los fenómenos naturales se han identificado categorías del conocimiento matemático basadas en el lenguaje de las herramientas que permiten establecer e identificar las relaciones del conocimiento matemático, a través de la intención humana, determinada socialmente en cuanto su origen, su motivo, y su programa (Cordero, 2001).

La primera categoría es la predicción de fenómenos naturales como práctica social asociada a la actividad humana en la construcción de conocimiento matemático, a través de modelos que permiten predecir el comportamiento de fenómenos (Cantoral, 1990; Cantoral, 2001).

La segunda categoría es la noción de acumulación desarrollada por Cordero (2005) para cuantificar diferencias de cantidades variables discretas o continuas, así como la noción de valor acumulado (predicción) para la suma de cantidades variables discretas o continuas (Cordero, 2003). Esta categoría ha permitido mirar al Cálculo como: juntar y separar, sumar y restar, integrar y derivar, para entender el desarrollo propio del Cálculo basado en una centración en los fenómenos de variación. El trabajo de Muñoz (2005a, 2005b) toma como eje en su rediseño del Cálculo a las categorías o las prácticas sociales de: predicción, acumulación y constantificación de lo variable articuladas a través de los procedimientos establecidos (antiderivación, suma y derivación sucesiva).

Y la tercera categoría es la noción de estado permanente en la construcción del concepto de convergencia de series infinitas (Farfán, 1997).

Las categorías anteriores, en tanto prácticas sociales, forman parte de un bagaje teórico en la matemática educativa, para el rediseño de la matemática escolar.

En la investigación de Hernández (2006b) se reporta un análisis epistemológico de la matematización del movimiento, un análisis de las prácticas sociales que emergen en el Cálculo, por ejemplo, la emergencia de la predicción e interpolación en forma implícita y explícita. Fue así como a partir del análisis de Aristóteles, los científicos del colegio de Merton, Oresme y Galileo que se tienen las siguientes apreciaciones:

- En el marco epistémico de Galileo (1981) aparece implícitamente la interpolación de Newton de segundo grado en el espacio - tiempo, a partir de la primera variación, y cuando hablamos de la variación de la variación que viene siendo la aceleración, en términos de la interpolación de Gregory-Newton, tendríamos una interpolación de segundo grado. En el momento en que aparece **la interpolación y la predicción** implícitamente en las concepciones de los científicos del colegio de Merton, Oresme, Galileo, también surge la noción de modelación, graficación y función analítica y esto da origen a la matematización del movimiento.
- En el marco epistémico de Newton se vislumbra mucho más las nociones de: variación y predicción de manera explícita, puesto que se calcula la evolución ulterior del sistema de movimiento, si son conocidas las condiciones iniciales (Alanís, 1996; Piaget y García, 1996; Muñoz, 2000; Hernández, 2003). En la investigación de Cantoral (2001) considera

la noción de predicción como una práctica social (Cantoral, 20004) para conocer el movimiento de un flujo de agua a partir de un estado inicial, es decir, que P es un estado inicial y se quiere predecir el estado ulterior $P + PQ$, donde PQ es la variación de un estado a otro, con esta idea de predicción Newton descubre su teorema del binomio, el cual es dado como $(P + PQ)^{m/n}$ y también utiliza la noción de interpolación así como las diferencias finitas para construir la serie de Taylor. En Hernández (2006b) la epistemología del origen del binomio de Newton y la serie de Taylor se muestra con más detalle la construcción de estos dos saberes matemáticos que revolucionaron el conocimiento matemático y físico, surgidos de las necesidades sociales.

Por tanto, en Hernández (2006a, 2006b) se realizó un análisis socioepistemológico centrado en la dimensión social para estudiar qué prácticas sociales emergen en el Cálculo cuando se estudia el movimiento. Los resultados nos arrojan que tanto la predicción e interpolación, emergen como práctica social y/o herramienta respectivamente en forma implícita desde los estudiosos del colegio de Merton en una forma cualitativa, el estudio del movimiento por Oresme y Galileo desde una perspectiva geométrica. En el marco epistémico de Newton cuando cuantifica la primera variación y la segunda variación a partir de las condiciones iniciales que juega un papel crucial para predecir un estado posterior, en este momento aparece más explícito la noción de predicción e interpolación y con estos argumentos Newton llega a descubrir su teorema del binomio. A partir de la condición inicial y la primera variación y segunda variación, y variaciones no constantes, Newton y Gregory llegan a la transición del binomio de Newton a la serie de Taylor. En esa época obedeció a un programa emergente, como alternativo al campo de la ciencia, en ello buscaban modelar, anticipar, predecir e interpolar un fenómeno natural, por ejemplo el caso en la metáfora del flujo del agua. Consideramos que la predicción como práctica social y la interpolación como herramienta son unidades de análisis para reconstruir el Cálculo y Física escolar, en un sentido de interacción de los aspectos matemáticos y fenómenos físicos.

Las evidencias anteriores proporcionaron elementos para pensar en un cambio epistemológico del Cálculo escolar a través de una visión: de Newton, de Taylor y de Lagrange, considerando las prácticas sociales y/o herramientas desde el surgimiento implícito y explícito de la interpolación y predicción, estas dos entidades viven mutuamente entre si, dado que se puede predecir e interpolar en estados intermedios y predecir estados futuros en el estudio del movimiento de los cuerpos en su dimensión social desde su época, con la intención de reorganizar el Cálculo escolar, siguiendo una epistemología desde la matematización del movimiento hasta el surgimiento de la serie de Taylor (Hernández, 2006a, Hernández, 2000b).

En la investigación de Hernández (2005) se presenta un análisis epistemológico a través de contrastes epistemológicos en diferentes planos: la epistemología del origen del binomio de Newton y la serie de Taylor (Cantoral, 2001; Edward, 1979; Boyer, 1986; Newton, 1728), la epistemología de Cauchy (Cordero, 1994; Cauchy 1882; Muñoz, 2003), la epistemología de textos de antaño de Cálculo diferencial e integral como el de Lacroix y Covarrubias (Lacroix, 1837; Camacho, 2002), la epistemología de los textos actuales: de Álgebra (Baldor, 1988; Spark y Rees, 1998; Hall y knight, 1982; Klinger, 1978), de Cálculo (Stewart, 2002; Kuratowsky, 1975), y textos de Física (Benson, 1999, Schutz, 1984).

- En el plano de la epistemología de Newton en contraste con la epistemología de Cauchy, podemos decir, que la epistemología de Newton se basa en las prácticas sociales de ese momento, en este caso: predecir, adelantar y modelar, un fenómeno natural, en la metáfora del flujo de agua, mientras que la epistemología de Cauchy se basa en el análisis

del límite, continuidad y convergencia de funciones y centrado en el dominio de la función en la cual es inherente la fundamentación del Cálculo (Análisis Matemático).

- En el plano de la epistemología de textos de difusión de antaño contra la epistemología de los originales de Newton y la serie de Taylor, por ejemplo, en algunas obras de Cálculo como: La obra de Lacroix, la obra de Díaz Covarrubias continuaron durante algunos años con el acercamiento de Lagrange en donde se suponía que toda función era posible desarrollarse en serie de potencias y mostraban la construcción de la serie de Taylor en una y en dos variables anclado a la noción de variación pero difieren en la centración de la noción de predicción desarrollada por Newton-Taylor. Es por esto, que debemos de explorar la epistemología del acercamiento Lagrangiano, puesto que se localiza un robusto cuerpo conceptual que podría dar pie a nuevos acercamientos didácticos y que pueden estar inmersos en los estudiantes en una situación escolar.
- En el plano de la epistemología de textos de difusión de antaño contra la epistemología de textos vigentes. Del apartado anterior observamos que el discurso escolar de los textos de difusión de antaño es en base al acercamiento Lagrangiano, centrado en la matematización de los fenómenos de variación, esta epistemología es diferente con los textos vigentes de Cálculo en la cual esta basado con un acercamiento de Cauchy, en donde privilegian el análisis con una mirada en el dominio de las funciones, y el estudio de las series infinitas centradas en la convergencia.
- En el plano de la epistemología de los textos vigentes de matemáticas contra la epistemología de los originales. El binomio escrito por Newton como la ecuación:

$$(P + PQ)^{\frac{m}{n}} = P^{\frac{m}{n}} + \frac{m}{n} AQ + \frac{m-n}{2n} BQ + \frac{m-2n}{3n} CQ + \frac{m-3n}{4n} DQ + etc$$

Donde: $A = P^{\frac{m}{n}}$, $B = \frac{m}{n} AQ$, $C = \frac{m-n}{2n} BQ$, $D = \frac{m-2n}{3n} CD$

y el binomio que aparece en los textos dado como en la ecuación

$$(a + b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}b^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} a^{n-3}b^3 + \dots b^n$$

Estos binomios son equivalentes pero conceptualmente distintos, puesto que la epistemología que Newton usó es diferente a la que hoy enseñamos, en esa época obedeció a un programa emergente, como alternativo al campo de la ciencia, en ello buscaba modelar, anticipar, predecir fenómenos naturales para la matematización con base en la metáfora del flujo del agua. En los textos actuales no aparece ni implícitamente la noción de predicción, ni de variación, la serie de Taylor está basada en un discurso escolar apoyado en una epistemología de Cauchy. En los textos de física y de ingeniería aparecen eventualmente ideas vinculadas a las nociones de predicción y de variación de una forma implícita. Sin embargo, hay evidencia en Matemática Educativa que la serie de Taylor funciona inicialmente como un instrumento de predicción y no como un objeto de convergencia principalmente.

Con estos aspectos socioepistemológicos podemos plantear una epistemología inicial y posteriormente diseñar situaciones con la intención de obtener argumentos y significados y robustecer esta epistemología.

El análisis anterior nos está proporcionando referentes importantes, centrados en la noción de predicción en tanto a practica social, con el fin de rediseñar el Cálculo en las instituciones escolares, el cual es el objetivo fundamental de la socioepistemología.

Marco teórico y metodológico

En esta investigación, nuestro marco teórico estará ubicado en la aproximación socioepistemológica (Cantoral, 2004; Cantoral y Farfán, 2003; Cordero, 2003) en donde se analizan de manera sistémica la dimensión epistemológica, la dimensión cognitiva, la dimensión didáctica y la dimensión social. En la figura 1, se muestra en forma esquemática como visualizar las relaciones de las dimensiones, cada dimensión tiene sus referentes teóricos pero tienen características comunes entre ellos al interactuar en los procesos didácticos a partir de la actividad humana (prácticas sociales) que realizan conjuntamente profesor - alumno en el aula y fuera de ella. En la investigación de Buendía y Cordero (2002) hacen énfasis que no sólo los aspectos cognitivos están en juego en la construcción de objeto matemático sino en la práctica social que conduce a la adquisición del conocimiento, donde el propósito de la matemática educativa es la de esclarecer y evidenciar la existencia de relaciones entre el conocimiento y prácticas sociales, evidenciar los argumentos vertidos por los estudiantes en el aula, es decir, enfatizar la componente social sistemáticamente con otras dimensiones: epistemológica, cognitiva, didáctica del conocimiento matemático. La aproximación socioepistemológica es el resultado de la conjunción de estas dimensiones, como marco teórico, en particular en este trabajo, se busca la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor con la finalidad de relacionar el conocimiento matemático y las prácticas sociales en tanto unidad de análisis.

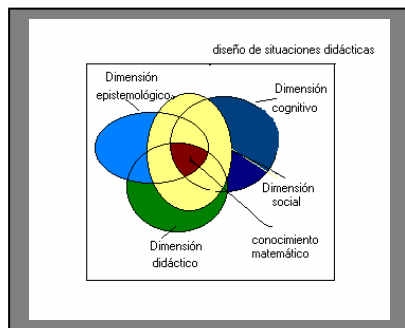


Figura 1. Relación entre las componentes de la aproximación socioepistemológica

Como anteriormente se dijo nuestro marco teórico es la aproximación socioepistemológica en este sentido la dimensión social permea a las dimensiones: epistemológica, cognitiva y didáctica, es decir, que en algún momento las prácticas sociales condicionan dichas dimensiones (Muñoz, 2006b). Por tal motivo partimos en nuestra investigación doctoral de una epistemología inicial para el rediseño del discurso del Cálculo (Hernández, 2006b). Esta epistemología es el modelo o el marco de referencia para el diseño de situaciones donde la actividad humana es incorporada a la epistemología con intencionalidad; en esta fase se realizará un *análisis a priori* con base en un conjunto de hipótesis descriptivas y predictoras en relación a lo que realizarán los estudiantes para la reconstrucción de significados.

De tal forma que los diseños de situaciones para diferentes investigaciones se van estabilizando cuando cumplen un ciclo, como resultado de las modificaciones a los diseños, en el sentido planteado por Cordero (1988) $E_0 \rightarrow S_0 \rightarrow E_1 \rightarrow S_1 \rightarrow \dots$, epistemología inicial, puesta en escena, modificación de la epistemología inicial, puesta en escena, es decir, que estos aspectos, en cierto sentido, son las fases de la metodología llamada Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995; Arrieta, 2003; Farfán, 1997). De esta manera, podemos decir que nuestra investigación robustecerá la epistemología inicial de la cual partimos a través de profundizar en los aspectos socioepistemológicos en el contexto de nuestra pregunta de investigación.

De acuerdo a uno de los objetivos planteados en el anteproyecto de investigación de doctorado se realizará el diseño de situaciones didácticas que al ponerlas en escena los estudiantes proporcionarán sus argumentos en función de su contexto social, en la cual nos proporcionaran referentes para analizar la construcción de significados del Cálculo para la carrera de Ingeniería Civil. Nuestros resultados permitirán la resignificación del binomio de Newton a la serie de Taylor y profundizar en las cuestiones teóricas y metodológicas para propiciar la reorganización del discurso matemático escolar desde la matematización del movimiento y de los fenómenos físicos propios de la Ingeniería Civil considerando como eje organizador la práctica social de predecir y algunas prácticas sociales emergentes.

Bibliografía

- Alanís R, (1996). *La predicción: Un hilo conductor para el rediseño del discurso escolar del cálculo*. Tesis de doctorado, CINVESTAV del IPN, México.
- Aparicio, F. (2004). *Fundamentos de hidrología de superficie*. México: Editorial Limusa
- Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como procesos de matematización en el aula*. Tesis doctoral, Cinvestav-IPN, México.
- Artigue, M. et al. (1995). *Ingeniería Didáctica en educación Matemática*. En P. Gómez (Ed.), *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. México: Grupo Editorial Iberoamérica. Pp. 7-23.
- Baldor A. (1988). *Álgebra*. México: Editorial Publicaciones Culturales.
- Benson, H. (1999). *Física Universitaria*. México: Editorial CECSA, vol. I.
- Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. España: Alianza Editorial.
- Buendía, G., Cordero, F. (2002). *Las prácticas sociales como generadora de conocimiento. La predicción y lo periódico*. Serie Antologías Núm. 2, Clame. Universidad Autónoma de Chiapas, Chiapas.
- Buendía, G. (2004). *Una epistemología del aspecto periódico de las funciones en un marco de prácticas sociales*. Tesis de Doctorado. Cinvestav, IPN, México.
- Buendía, G. & Cordero, F. (2005). *Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study*. Educational Studies in Mathematics 58, 299-333.
- Burden, R. y Faires, D. (1998). *Análisis Numéricos*. Editorial Thomson, 6a edición, México.
- Candela, A. (2001). *Ciencia en el aula*. México: Editorial Paidós
- Cantoral, R., et. Al. (1990). *Calculo-Análisis. Una revisión de la investigación educativa reciente de México*. En R. Cantoral y R. Farfán (Eds). Memoria del Segundo Simposio Internacional sobre investigación en Matemática Educativa. Cuernavaca, Morelos. México
- Cantoral, R. (2001). *Un estudio de la formación social de la analiticidad*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cantoral, R. y Farfán, R. (2003). *Matemática educativa: Una visión de su evolución*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática educativa 6(2), 27-40.
- Cantoral, R. (2004). *Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 17, 1-9.
- Camacho, A. (2002). *Difusión de conocimientos matemáticos a los colegios mexicanos del sigloXIX. De la noción de cantidad al concepto de límite*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 5(1), 5-26.

- Cauchy, A. L. 1882). *Oeuvres complètes D'Augustin Cauchy*. Paris: Académie des Sciences (Ed.) Gauthier- Villars, (II série. Tome IV).
- Chapra, S. & Canale R. (2003). *Métodos Numéricos para ingenieros*. México: Editorial Mc. Graw Hill.
- Cordero, F. (1994). *Cognición de la integral y la construcción de sus significados. Un estudio del discurso matemático escolar*. Tesis doctoral, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav.IPN.
- Cordero, F. (1998). *El entendimiento de algunas categorías del conocimiento del Cálculo y análisis: el caso del comportamiento tendencial de las funciones*. Revista Latinoamericana de Investigación en matemática Educativa (1). 57-74.
- Cordero, F. (2001). *La distinción entre construcciones del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana*. Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa 4(2), 103-128.
- Cordero, F. (2003). *Lo social en el conocimiento matemático: reconstrucción de argumentos y significados*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 16(1), 73-78.
- Cordero, F. (2005). El rol de algunas categorías del conocimiento matemático en educación superior. Una socioepistemología de la integral. Revista Latinoamericana de matemática educativa 8(3) 265-286.
- Edward, H. (1979). *The Historical Development of the Calculus*. U.S.A: Springer-Verlag.
- Farfán, R. (1997). *Ingeniería didáctica: un estudio de la variación y el cambio*. México: Editorial Iberoamérica.
- Galileo, G. (1981). *Consideraciones y Demostraciones Matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Traducción de Javier Sádaba Garay. Introducción y Notas Calos Solís Santos. España: Editora Nacional,
- Hall H. & Knight, S. (1982). *Álgebra Superior*. México: Editorial UTEHA.
- Hernández, H. (2003). *Una epistemología de la matematización del movimiento: caso de predicción y variación con las diferencias finitas y la serie de Taylor*. Acta latinoamericana de matemática educativa 16(2), 594-600.
- Hernández, H. (2005). *Contrastes epistemológicos del binomio de Newton y la serie de Taylor en dos variables en los fenómenos físicos*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 523-529.
- Hernández, H. (2006a). *El papel de la interpolación y la predicción en el cálculo*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 19(1), 786-792.
- Hernández, H. (2006b). *Una visión socioepistemológica de la matematización del movimiento: del binomio de Newton a la serie de Taylor*. Tesis de maestría, UNACH, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
- Klinger, F. (1979) *¿El álgebra? ¡Pero si es bien fácil!*, México: Editorial Marcombo.
- Kuratowski, K (1975). *Introducción al cálculo*. México: Editorial Limusa.
- Lacoix, S.F. (1797). *Tratés Du Calcul Différentiel Du Calcul Intégral*. Paris.
- Marcolini, M. y Perales, J. (2005). *La noción de predicción: Análisis y propuesta didáctica para la educación universitaria*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. 8(1), 25-68.
- Muñoz, G. (2000). *Elementos de enlace entre lo conceptual y lo algorítmico en el cálculo integral*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 3(2), 131-170.
- Muñoz, G. (2003). *Génesis didáctica del cálculo integral: relación entre lo conceptual al y lo algorítmico*. Acta Latinoamérica de matemática educativa 16(2), 415-421.

- Muñoz, G. (2005a). *Naturaleza de un campo conceptual del cálculo infinitesimal: una visión epistemológica*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 589-595.
- Muñoz, G. (2005b). *Dialéctica entre lo conceptual y lo algorítmico relativa a prácticas sociales con Cálculo integral*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 597-603.
- Muñoz, G. (2006). *Dialéctica entre lo conceptual y lo algorítmico relativa a un campo de prácticas sociales asociadas al cálculo integral: aspectos epistemológicos, cognitivos y didácticos*. Tesis doctoral, Cinvestav-IPN, México.
- Newton, I. (1728). *Sistema del Mundo*. México: Ediciones Sarpe, colección los grandes pensadores.
- Plan de estudios. (2000). *Licenciatura en ingeniería civil*. Facultad de Ingeniería UNACH. México.
- Piaget, J. y García, R. (1996). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia (México)*. Siglo XXI.
- Solís, M. (1999). *Estudio de la noción de la variación en contextos físicos: el fenómeno de la propagación del calor*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Schutz, B. (1984). *Geometrical methods of mathematical physic*. Cambridge University pres.U.S.A.
- Sparks, F. & Rees, P. (1998). *Algebra*. México : Editorial Reverté.
- Stewart, J. (2002). *Cálculo*. México: Editorial Thomsom.
- Zill, D. (1993). *Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.