

XII Escuela de Invierno en Matemática Educativa

Instituto Tecnológico de Ciudad Madero

Seminario de doctorado

HACIA UNA GENESIS INSTRUMENTAL, DE LAS TRAYECTORIAS A LAS GRAFICAS CARTESIANAS EN UNA SITUACIÓN DE MODELACIÓN DEL MOVIMIENTO.

Estudiante: Eduardo Carlos Briceño Solís

Director de tesis: Dr. Francisco Cordero Osorio

Introducción

El presente proyecto de investigación tiene como propósito, robustecer el papel de las prácticas sociales como normativas del conocimiento matemático en una situación de modelación del movimiento. Para ello presentamos elementos importantes del proyecto compuesto de tres rubros, *el conocimiento, el escenario y la tecnología*, que consideramos para un diseño de actividades. A continuación describimos esta triada.

- 1) *El conocimiento*. El primer rubro está dirigido hacia la construcción de ideas variacionales por conducto de la práctica de modelar. Para ello optamos por la actividad humana para el desarrollo de un pensamiento reflexivo de sus prácticas, es decir, hacia el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional (PyLV) que se integro y funcional a su conocimiento (Cantoral, 1998).
- 2) *La tecnología*. Un segundo rubro es la importancia de la tecnología para la construcción del conocimiento matemático. Se describe que para que la tecnología sea un factor en el conocimiento matemático, está se debe integrar al sujeto por un proceso dual de instrumentalización e instrumentación, de tal forma que entienda dicha tecnología y genere algún conocimiento matemático específico. Lo anterior responde a un marco denominado Génesis Instrumental.
- 3) *El escenario*. donde Un tercer rubro en la investigación es el escenario, y nos referimos a un escenario de difusión del conocimiento científico. El interés por este escenario es porque creemos en la existencia de conocimientos externos en un escenario escolar, lo cual no se le ha dado mucha importancia como objeto de estudio. Nos referimos al conocimiento que se construye en una realidad de la vida cotidiana (Luckmann & Berger, 2006).

Estos son tres elementos que forman parte de nuestra investigación en el marco de la teoría socioepistemológica y la génesis instrumental. Se presentan evidencias de un diseño de actividades aplicado en distintos escenarios de difusión del conocimiento donde los participantes hacen uso de su conocimientos cotidianos para construir ideas variacionales. Reportamos algunas evidencias de cómo ese conocimiento se resignifica en dicho escenario y como la existencia de ciertos procesos de integración de la tecnología es normada por la práctica social. A continuación presentamos nuestra problemática, Marcos teóricos, Aspectos metodológicos, algunos resultados y conclusiones.

Problemática

Para el estudio de la variación una creencia es que ciertos conceptos como: límite, derivada deben de estar fuertemente estructurado al conocimiento del estudiante. Para lograr esto los libros de texto dotan de formalismo de procedimientos algorítmicos, algebraicos y gráficos, llevando a los estudiantes a memorizar dichos procedimientos para cierto tipo de problema. Bajo este aprendizaje se puede decir que se enseña bajo una matemática ya establecida hacia el uso directo de los conceptos matemáticos primordiales para producir la actividad matemática. Estos conceptos son usados sin dar sentido al concepto de lo que cambia para entender la variación. Por ejemplo, se encuentran evidencias en un curso de cálculo diferencial donde se les preguntó a los estudiantes por la velocidad de un cuerpo que cae por la acción de la gravedad. La respuesta que dieron fue $f(t_0)$ en vez de $f'(t_0)$, es decir, ofrecieron como respuesta la magnitud de la ordenada en t_0 en vez de la pendiente de la curva en el punto $(t_0, f(t_0))$ (Dolores, 1998). Otro ejemplo se encuentra en la investigación de Defouad (2000), donde con el uso de calculadoras gráficas se pudo ver los intentos de legitimar la variación por parte de los estudiantes, al ir relacionando el contexto grafico con procedimientos algorítmicos. Los procedimientos algorítmicos del estudiante no le permitió asegurar una conjeturar sobre la variación (aunque pudo haberla hecho analíticamente) sino hasta que pudo comparar las gráficas de $f(x)$ y $f'(x)$. Se aprecia en estos ejemplos ciertos fenómenos en los estudiantes para el desarrollo de ideas variacionales, ya que una se confunde la variación con la imagen de $f(x)$ y por otra parte con la tecnología no hay un uso eficiente para conjeturar sobre la variación ya que solo ejecutan comandos sin sentido. Una posible hipótesis de que sucedan estos fenómenos es porque aún sigue una adherencia de los estudiantes hacia el uso de conceptos matemáticos y no de sus prácticas, es decir, que se maneja un lenguaje de objetos en contraparte de un lenguaje de herramientas, de la actividad matemática en contraparte a la actividad humana. En síntesis existe una confrontación entre la obra matemática y la matemática escolar (Cordero, 2008).

En cuanto a la tecnología. La integración de la tecnología en el sistema escolar, es un tema de interés para la enseñanza de las matemáticas, se puede encontrar diversa literatura y propuestas donde se han obtenido ciertos avances (Artigue, 2002; Trouche, 2004; Guin y Trouche, 1999). Sin embargo, en el tema de la integración tecnológica se ha encontrado ciertas problemáticas inesperadas. Una de ellas es que el trabajo con la tecnología obedece a otro tipo de organización matemática, lo que obstaculiza en muchos casos al entendimiento matemático del estudiante, al extrapolar sus técnicas a papel y lápiz en un ambiente tecnológico (Artigue, 2002). Otra problemática es que a pesar del potencial del uso tecnológico para el tratamiento matemático, también tiene ciertas restricciones que influyen en muchos casos a razonamientos erróneos en los estudiantes (Trouche, 2004). En ese sentido estas investigaciones tratan de entender el papel que juega el uso tecnológico en el conocimiento matemático para tratar de responder a preguntas como: ¿Cuáles son los factores o el medio que permiten una integración de la tecnología al estudiante en su quehacer matemático? ¿De qué manera afecta al pensamiento matemático?

Presentamos a continuación un ejemplo en Guin y Trouche (1999), donde señalan dificultades que tuvieron sus estudiantes al tratar de resolver la ecuación $\tan(x) = x$ en \mathbb{R} :

En una clase de 32 alumnos, solamente cuatro estudiantes señalaron una infinidad de soluciones... Los otros estudiantes mencionaron un número finito de soluciones (Nosotros nos preguntamos ¿Por qué se obtiene este tipo de respuesta?) (Ver figura 1).

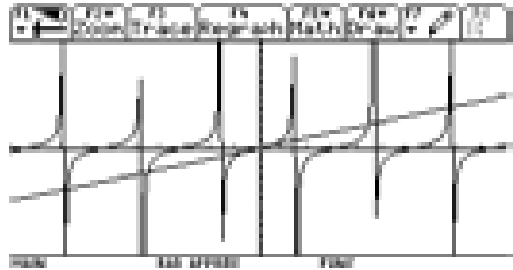


Figura 1. Gráfica de $f(x)=\tan x$ y $f(x)=x$ (Guin y Trouche, 1999).

El fenómeno radica en que los estudiantes toman la pantalla como si fuera una única ventana absoluta interpretando solo lo que se percibe en ella. Los mismos autores señalan que algunos alumnos consideran las asíntotas como parte de la gráfica de la función y por tanto, proponen más intersecciones; y otros señalan que la intersección entre las dos funciones en la vecindad del cero se da en una infinidad de puntos. Semejantes interpretaciones han permitido cuestionarse sobre la matemática creada por el estudiante en actividades donde se emplea el uso de tecnología (Artigue, 2002). ¿Por qué suceden estos fenómenos? y ¿cómo está afectando al conocimiento matemático del participante? Lo anterior es un ejemplo donde se muestra una carencia de integración tecnológica existen más ejemplos de fenómenos encontrados con tecnología (Hitt ,2003; Trouche, 2004, Artigue (2002), en actividades enfocadas al uso directo de los conceptos matemáticos es decir basada en epistemología de conceptos.

Lo anterior nos origino una pregunta de investigación *¿Qué es lo que norma una integración tecnológica en un ambiente específico?* Para contestarla tal pregunta optamos por dos marcos teóricos y la conexión de ambos que a continuación presentamos.

3. El Marco Teórico

3.1 La Génesis Instrumental

La génesis instrumental es una teoría compleja y actualmente en construcción, grosso modo es una transformación del artefacto al instrumento, donde el concepto de instrumento es producto de una construcción propia del usuario a través del proceso de instrumentalización e instrumentación. La instrumentalización viene siendo un reconocimiento de las funciones del artefacto y la instrumentación es una idea, una construcción mental invariante cuando el usuario usa la tecnología y lo lleva a desarrollar y entender su actividad matemática (Trouche ,2004). De esta forma el usuario pueda ser capaz de usar el artefacto de un modo productivo al desarrollar esquemas de instrumentación. Estos esquemas, son los que llevan a la transformación de

artefacto al instrumento (Drivers, 2000). A menudo, este proceso requiere de tiempo y esfuerzo para entender la instrumentalización e instrumentación del artefacto. La instrumentalización elabora esquemas de uso y la instrumentación esquemas de acción instrumentada (Guin y Trouche, 1999; Trouche, 2004).

Para poder observar estos esquemas los autores propone como unidad de análisis los gestos¹ instrumentados que son las acciones que el usuario hace con el uso de tecnología en la situación en que se encuentre (Artigue, 2002; Drivers, 2000). Un gesto son acciones que se van constituyendo en un conjunto de técnicas que puede llevar a varias funciones en este caso las acciones que el usuario tiene con la tecnología se denomina gesto instrumentado (Artigue, 2002; Defouad, 2000; Trouche, 2003; 2004; 2005a). De tal forma que estos gestos instrumentados generan primero esquemas de uso (instrumentalización), estos esquemas de uso guían a otro gesto instrumentado (digamos que mejorado) que le lleva a poder dar una conjetura a la solución del problema y por lo tanto el esquema de uso se transforma en un esquema de acción instrumentada (instrumentación) donde este último gesto se convierte ya en un técnica instrumentada para ese tipo de tarea específica (ver figura 2).

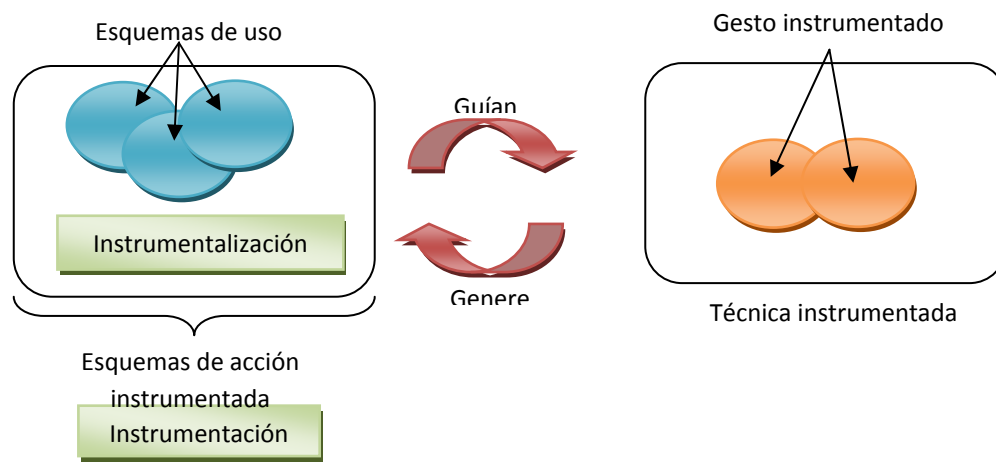


Figura 2.modelo teórico de la génesis instrumental

3. 2 La Teoría Socioepistemológica

En la Teoría Socioepistemológica, se estudian los “usos” del conocimiento en situaciones específicas, estos usos consideran a las prácticas sociales como un concepto que se está construyendo y que reivindica el trabajo del humano en las explicaciones de la construcción del conocimiento. De esta forma, la práctica social, constituye un medio para estudiar el conocimiento matemático escolar, ya que señala otras dimensiones que nos son explícitas de la actividad matemática anclada a los conceptos, como son las prácticas en lo social y las

¹ Son las acciones o actos impulsados por algo anímico (<http://www.wordreference.com/definicion/gesto>).

argumentaciones en lo situacional (Cordero y Buendía, 2005). Con esta perspectiva se plantea nuestra investigación, donde tratamos a la graficación como una práctica social y lo vemos a través del análisis del uso de la gráfica. Se concibe al término uso de las gráficas como un constructo que tiene un desarrollo epistemológico, este desarrollo se evidencia a través del funcionamiento y las formas de las gráficas es decir: al manifestarse un uso de un conocimiento A en una situación específica, el uso provino de otro uso de un conocimiento B: el funcionamiento y la forma debaten (uso del conocimiento B) para que surja un nuevo funcionamiento y una nueva forma (uso del conocimiento A) (Cordero y Flores, 2007). Entonces se detectan funcionamientos y formas del uso de las gráficas que llevan al estudiante construir cierto conocimiento matemático donde se resignifica en la propia organización de los participantes que ahí intervienen. Así la investigación, propone estudiar el uso de la tecnología escolar con la conveniencia de caracterizarlo a través del uso de la gráfica donde se resignifica el conocimiento. De esta manera se integran ambos marcos para contribuir a un marco de referencia donde se evidencia indicadores de construcción del artefacto al instrumento en una situación, normada por el “uso de las gráficas”.

3.3 El aspecto a considerar “El escenario”

El escenario el cual se ha puesto el diseño es un escenario de difusión del conocimiento, siendo una de la premias de la TS encontrar mecanismos de construcción del conocimiento matemático nos parece importante caracterizar este escenario en función del conocimiento cotidiano. Por ello importa a la TS afectar este conocimiento resignificándolo hacia una matemática que sea funcional al estudiante. Una característica del cotidiano es que se generan un mantenimiento de rutinas (Berger y Luckmann, 2006), pero que a su vez evoluciona al enfrentar una crisis, por lo que tiene que haber un rediseño de la rutina para el surgimiento de una nueva, motivadas por las crisis que se generen. Las rutinas son importantes en la vida cotidiana ya que lleva a la sensación de permanencia de actuar con nuestros semejantes, así como tener la sensación de un mundo en común y socialmente compartido que garantiza la continuidad de como conocemos nuestra vida. La vida cotidiana confluyen de manera dialéctica la permanencia y el cambio, la rutina y la trasgresión o la rutina y la crisis: al mismo tiempo que la vida cotidiana se caracteriza por la reproducción de las estructuras sociales a través de la rutina, genera las posibilidades y los espacios de transformación de las mismas.

Aplicación del diseño

Para las actividades del diseño se aplico en un taller con el uso de calculadoras graficadoras y sensores de movimiento, llevándolo a la interacción entre el estudiante con la tecnología. Este trazado permite a los participantes experimentar, modelar y explicar sus resultados por medio de las gráficas obtenidas, es decir, hacen uso de ellas para sus argumentaciones a fenómenos de variación a través de gráficas que ahí intervienen. Presentamos evidencias de tres escenarios distintos de difusión de la ciencia donde uno estuvo conformado por niñas y los otros entre

niño(a)s, jóvenes y adultos. En estos escenarios se pone primero en juego las creencias de los participantes en cuanto al cambio de movimiento a papel y lápiz surgiendo las gráficas de trayectorias, de manera que posteriormente al modelar con el uso de calculadoras y sensores de movimiento los confrontan con las gráficas cartesianas donde ofrecen argumentos de sus comportamientos hacia aspectos variacionales (Zaldívar, Briceño y Cordero, 2009).

6. Conclusiones

El haber relacionado la Génesis Instrumental y la TS conllevó a encontrar ciertos aspectos que la Génesis Instrumental soslayó, como es la descentralización en los conceptos matemáticos con el uso tecnológico. Esta descentralización obedece a una epistemología de práctica para una Génesis Instrumental que rinda cuenta hacia comportamientos que modelan las gráficas en la situación para la construcción de conceptos matemáticos. Esto nos ha permitido robustecer el papel del constructo *uso de las gráficas*, donde a través de su funcionamiento y forma da indicadores de la integración tecnológica. Por otra parte pudimos encontrar como cierto conocimiento cotidiano se sigue manteniendo en la situación, es decir se mantiene ciertas rutinas en confrontación con conceptos científicos.

El estudio del conocimiento cotidiano nos permitió observar la actividad humana, al externar los participantes sus creencias, intuiciones, su sentido común acerca de la variación donde se aprecia indicadores de una matemática en el plano de lo funcional.

Con lo anterior el proyecto contribuirá a un marco de referencia del “uso del conocimiento” ubicado en el plano social y funcional, del conocimiento de su quehacer diario. En consecuencia del “uso de las gráficas”, nos dio indicadores de que su uso norma una integración tecnológica en la situación y el desarrollo de un PyLV, en los participantes.

7. Referencias bibliographical

- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a Reflection about instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245-274.
- Buendía, G. y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspect as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemológica study. *Educational Studies in Mathematics*. 58, 299-333.
- Briceño, E. (2008) *El uso de las gráficas desde una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México.
- Cordero, F. (2008). El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En Cantoral, R., Oncovían, Ol.; Farfán, R.M., Lezama, J., Romo. (Eds.) *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano. Reverté-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa*. A. C. 265-286.

- Cordero, F. y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 10(1) 7-38.
- Cantoral, R., Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon. Sociedad Thales*, España. Núm. 42, Vol. 14(3), 353 – 369.
- Drijvers P. (2000). Students encountering obstacles using CAS. *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5/3, 189-209.
- Defouad, B. (2000) *Etude de genese instrumentals liees a l'utilisation d'une calculatrice symbolique en classe de premiere* These de doctorat, Universite Paris 7 France.
- Guin D. & Trouche L. (1999). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 3 (3), 195-227.
- Hitt F. (2003) Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología, *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10, No. 2.
- Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. Tesis de Maestría no publicada, CICATA-IPN, México.
- Trouche, L. (2004): Managing the Complexity of Human/Machine Interactions in Computerized Learning Environments: Guiding Student's Command Process Through Instrumental Orchestrations, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 9(3), 281-307.
- Viramontes, I. y Cordero, F. (2009). El saber funcional en un marco de difusión de la ciencia. trabajo presentado en XLI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Matemática Educativa, Enero, Toluca.
- Zaldívar, D., Briceño, E. y Cordero, F. (2009). Una experiencia de modelación del movimiento en un programa de difusión de la ciencia [Resumen]. Documento presentado en XLI Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana. Matemática Educativa. Toluca, Estado de México, México, enero.