

SIGNIFICADO Y FORMALIZACIÓN DE LA CONVERGENCIA DE SUCESIONES NUMÉRICAS (PROYECTO DE INVESTIGACIÓN)

Nancy Janeth Calvillo Guevara

calvillonancy@yahoo.com.mx

Unidad Académica de Matemáticas - Universidad Autónoma de Zacatecas

Seminario de Doctorado

Resumen. El presente documento presenta la descripción de un proyecto de investigación relativo a la convergencia de sucesiones numéricas. La enseñanza tradicional, por diferentes causas, sigue un patrón lineal en el que se les pide a los alumnos que aprendan la teoría de las sucesiones sin que, anteriormente, tengan un trato intuitivo que les permita dar el significado y sentido a definiciones, diversos teoremas y sobre todo, a demostraciones rigurosas. Este tipo de enseñanza, no toma en cuenta la construcción social que tuvieron las entidades matemáticas, ni el papel que la intuición y la visualización jugaron en ellas. Por ello, en este proyecto pretendemos dar una descripción de dicha construcción con el fin de influir en la modificación de la enseñanza actual.

Palabras Clave: Convergencia, Sucesión, Teoremas, Visualización, Socioepistemología.

1. PROBLEMÁTICA RELACIONADA CON “LA CONVERGENCIA DE SUCESIONES NUMÉRICAS”

¿Cómo es actualmente la enseñanza de la convergencia de sucesiones numéricas? Hay un énfasis en el aspecto formal de la teoría de convergencia de sucesiones numéricas, esto es, dicha teoría se presenta de una manera limitada al no involucrar otro tipo de aspectos, por ejemplo, los visuales o los intuitivos.

Según D’Amore (2005) la construcción de los conceptos matemáticos depende estrechamente de la capacidad de usar más registros de representaciones semióticas de dichos conceptos:

- i. de representarlos en un dado registro
- ii. de tratar tales representaciones al interior de un mismo registro
- iii. de convertir tales representaciones de un dado registro en otro registro.

Por lo que desde hace algún tiempo propone que “construcción de conocimiento en Matemáticas” significa precisamente la unión de estas tres “acciones” sobre los conceptos, es decir, la expresión misma de la capacidad de representar los conceptos, de tratar las representaciones obtenidas al interior de un registro establecido y de convertir las representaciones de un registro en otro. Asimismo, afirma que, desde un punto de vista cognitivo, se debe dar mayor importancia al punto 3 (la conversión) más que al punto 2 (el tratamiento) porque esto permite definir las variables independientes, sea para la observación sea para la enseñanza. Pero desde un punto de vista matemático se usa dar mayor importancia al tratamiento que no a la conversión. Y es por esto que, en la historia, los matemáticos han desarrollado registros específicos que han permitido diversas formas de cálculo (aritmético, algebraico, analítico, lógico,...)

Por otro lado, según De Guzmán (2007) el movimiento de renovación hacia la «matemática moderna» de los años sesenta y setenta trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su talante profundo como en los contenidos nuevos con él introducidos. Entre las principales características de dicho movimiento y sus efectos pueden mencionarse un énfasis en el álgebra, y un detrimento en la geometría y la intuición espacial. Sin embargo, en la década de 1970 se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Por lo que se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada «matemática moderna» superaron con mucho las cuestionables ventajas que se habían pensado conseguir, como el rigor en la fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea. Los años setenta y ochenta han presentado una discusión, sobre los valores y contravalores de las tendencias presentes, y luego una búsqueda intensa de formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos de la enseñanza matemática por parte de la comunidad matemática internacional.

Por lo que De Guzmán (2007) sugiere que posiblemente una orientación sana podría consistir en el establecimiento de una base de operaciones a través de unos cuantos principios intuitivamente obvios sobre los que se podrían levantar desarrollos locales interesantes de la geometría métrica clásica (y no sólo de la geometría), elegidos por su belleza y profundidad. De los párrafos anteriores se quiere acentuar una de las ideas de base, que se refiere al olvido de lo intuitivo y lo geométrico, para enfocarse principalmente en lo algebraico.

En otras materias, por ejemplo en el Análisis (Teoría del Cálculo), hay un fenómeno similar en el que se ha identificado un énfasis en lo formal y algebraico. Con respecto al estudio de la convergencia de sucesiones, que forma parte del Análisis, en (Calvillo, 2007) se presentó una problemática relacionada con el énfasis en los aspectos formales de esta teoría, considerando poco o nada, otro tipo de procedimientos como los intuitivos y los visuales. En dicho estudio se observó que en el hecho educativo se privilegia ciertas representaciones de este concepto, destacando la representación algebraica. Por lo que se pretende realizar un diseño didáctico en el que se incluyan actividades que den sentido y significado a la convergencia de sucesiones y algunos de sus teoremas.

La revisión de investigaciones sobre la convergencia de sucesiones y el análisis histórico sobre esta noción que se hizo en (Calvillo, 2007) permitieron reconocer que el saber matemático se constituye socialmente y que su ingreso al sistema didáctico obligó a dejar de lado el papel de la intuición y las ideas físicas, que son aspectos de la naturaleza de dicho saber que han quedado ocultos por el privilegio del aspecto formal que suele tener este tema.

Además, lo que se presentó en dicho trabajo, muestra cómo la introducción de elementos intuitivos por medio de la visualización en una particular representación gráfica en un solo eje en el estudio de la convergencia de sucesiones, así como estudiar a las sucesiones dentro de un fenómeno físico real, proporciona argumentos para dar significado y sentido a definiciones y teoremas, ya que en general, se consideró que la mayoría de los estudiantes que participaron en la propuesta lograron representar, transformar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual acerca de la convergencia de sucesiones numéricas, es decir, pudieron visualizar - intuir cuando una sucesión es convergente, de igual manera identificar la veracidad de un enunciado. Pero, ¿será que la intuición sólo influye hasta este punto?

En Calvillo (2007) se consideró que indudablemente las actividades ahí propuestas motivaron a los estudiantes a incluir en su argumentación no solo aspectos formales, sino también, aunque en menor medida, aspectos visuales y físicos. Además ejemplos como $S_n = \frac{1}{n}$ para sucesiones convergentes y $S_n = (-1)^n$ para sucesiones que no convergen, son los utilizados por la mayoría de los estudiantes para refutar o argumentar un enunciado. Consideramos que la visualización de estos ejemplos ha dotado de sentido y significado a la noción de convergencia de sucesiones. Por lo que uno de nuestros objetivos es proponer situaciones de enseñanza que proporcionen argumentos para dotar de significado y sentido a teoremas de la teoría de sucesiones numéricas y a sus demostraciones rigurosas.

Asimismo, en dicho estudio se obtuvieron elementos en los que se pudo concluir que trabajar la graficación de sucesiones numéricas sobre un eje, es un factor que influye positivamente. De esta manera se cuestiona sobre el porqué resultó más natural trabajar sobre un eje antes que en el plano cartesiano, ¿Será posible que esto obedezca a que la primera forma de graficar ó la más natural que se dio en la historia haya sido siguiendo ejes aislados? Pensar que tal vez aquello que se dio históricamente se repita de algún modo en el hecho educativo, define una más de nuestras tareas de investigación: analizar las primeras formas en que históricamente se graficó.

El estudio presentado acerca de la evolución del conocimiento e ideas en la historia, permitió encontrar las circunstancias, los escenarios, los medios que posibilitaron la emergencia de la teoría de la convergencia de sucesiones numéricas, y con ello se planteó una parte de su construcción social. Por lo que en este trabajo, pretendemos analizar cómo es que se formalizó esta teoría (sus definiciones formales y sus teoremas) y posteriormente plantear las prácticas sociales inmersas en su construcción social. En este sentido, bajo el enfoque socioepistemológico se buscará articular actividades, prácticas de referencia y prácticas sociales.

3. HIPÓTESIS DE INVESTIGACIÓN

Trabajar dentro de la teoría de sucesiones numéricas incluyendo aspectos formales, intuitivos y visuales, por medio de la representación de sucesiones numéricas en un eje, dota de sentido y significado a dicha teoría, además de que provee un puente entre su significado y su estructura formal.

Es decir, para transformar la actual situación podemos trabajar además de la parte formal de la convergencia de sucesiones numéricas, otras de sus partes, como la intuitiva o la visual, por medio de la visualización de la convergencia, trabajando la graficación de sucesiones en un eje.

Además, esperamos encontrar las prácticas sociales inmersas en la construcción de la teoría de Sucesiones Numéricas, y la manera de utilizarlas en un diseño didáctico que ayude a transitar entre los argumentos intuitivos y los formales con el fin de que los estudiantes tengan argumentos sólidos (tanto intuitivos como visuales) para validar o refutar un enunciado de la teoría de sucesiones numéricas.

2. MARCO TEÓRICO Y METODOLOGÍA

2.1 Marco Teórico

Este trabajo será realizado bajo el enfoque socioepistemológico, ya que permite analizar un fenómeno educativo desde una perspectiva sistémica, que incorpora las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento, su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza, con el fin de encontrar las prácticas inmersas en la construcción de dicha teoría

Algunas investigaciones en Matemática Educativa reconocen una problemática en la enseñanza aprendizaje de la matemática, en la que el estudio del conocimiento está basado solamente en conceptos, propios del sistema escolar, pero olvidando la construcción que se lleva a cabo en estos conceptos, solamente proporcionando un contexto adecuado y atractivo para su aprendizaje. Sin embargo, la Socioepistemología plantea una visión alternativa, *ya que permite replantear la epistemología de la construcción del conocimiento, para permitir explicar la construcción social del conocimiento matemático a la luz de las prácticas sociales y las fuentes de institucionalización vía su enseñanza* (Cantoral y Farfán, 2004, p. 139, en Covián, 2005)

Es por esa razón que la investigación será llevada a cabo siguiendo la Aproximación Socioepistemológica de la investigación en Matemática Educativa, ya que dicho acercamiento permite comprender al conocimiento matemático como una construcción sociocultural: reconociendo la naturaleza y construcción social del conocimiento matemático se prioriza la actividad humana (Crespo, 2005).

La Aproximación Socioepistemológica de la Investigación en Matemática Educativa se plantea como tarea fundamental el examen del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y escenarios socioculturales particulares, caracterizando al conocimiento como el fruto entre epistemología y factores sociales (Cantoral, 2002 en Montiel, 2005).

Así el estudio de la evolución de conocimiento e ideas en la historia, nos permitirá encontrar las circunstancias, los escenarios, los medios, que posibilitaron la emergencia de una teoría y con base en ello plantaremos su *construcción social* (Montiel, 2005), en nuestro caso, sobre la convergencia de sucesiones, y utilizar ello para la elaboración de propuestas didácticas.

Es así que intentaremos producir un espacio de reflexión y discusión sobre la convergencia basado en el uso que el estudiante haga de intuiciones propias, así como de recursos visuales para analizar teoremas y propiedades, no sólo definiciones.

2.2 Metodología

La investigación será orientada de la siguiente manera:

Primero se realizará un análisis preliminar (que consiste en el estudio del aspecto didáctico, cognitivo y epistemológico) en el que se incluirán aspectos de la epistemología de la teoría de Sucesiones numéricas (su definición y algunos de sus teoremas). Posteriormente, se realizarán varias propuestas didácticas para dotar de sentido y significado a su teoría.

3. BIBLIOGRAFÍA

Calvillo, N. (2007) Convergencia de sucesiones numéricas: una Visión Alternativa, Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México.

D'Amore , B. (2005) *Bases Filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de la Matemática* (Trad. Fandiño, M.), México: Reverté, p. 33.

De Guzmán, M. (2007) Enseñanza de las ciencias y la matemática, *Revista Iberoamericana de Educación*, N° 43, pp. 19-58.