

**EL Binomio “Modelación - Visualización” para el Aprendizaje de las Matemáticas en el nivel superior mediante el uso de la Tecnología (TIC - CAS).**

**Por: Leobardo Mendo Ostos.**

**Instituto Tecnológico Superior de Tantoyuca.**

[mendo194@hotmail.com](mailto:mendo194@hotmail.com)

**Introducción:**

En las instituciones educativas de nivel superior, en específico las de ingeniería en la cual las matemáticas son uno de los pilares fundamentales en el desarrollo de la formación profesional de los estudiantes, en donde cotidianamente se enfrentan con problemas que incorporan situaciones que son representadas por modelos matemáticos involucrados en temas de las diferentes materias de su especialidad, originando la necesidad de estructurar conjeturas para lograr descifrar la problemática que se les presenta.

El presente proyecto de investigación tiene como propósito fundamental incorporar la Tecnología en el Aprendizaje de las matemáticas, pretendiendo considerarla como una herramienta para la comprensión y el uso de las matemáticas, en donde los estudiantes pueden transitar entre las diferentes representaciones de simulación: como es la verbal, la numérica, la gráfica y la algebraica, permitiendo al estudiante, desplazar el esfuerzo y la atención hacia los significados matemáticos y generando al mismo tiempo un nuevo uso de las matemáticas que permite al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones que en otros ambientes, por ejemplo con “lápiz y papel”, sería difícil de obtener, dando como resultado que el estudiante plantee y resuelva problemas que requieren del concepto de función para Modelar - Visualizar un hecho real ó cotidiano, apoyándose de la Tecnología en el proceso de construcción del Aprendizaje, siempre que este proceso sea bien orquestado por el profesor.

Es importante resaltar que al integrar la Tecnología al Aprendizaje de las matemáticas no equivale a reducir los cursos de esta materia, sino por el contrario se requiere de una planeación más completa que sirva para el análisis e interpretación de los resultados obtenidos, profundizando en los conceptos y en el desarrollo del razonamiento.

## Problemática

El presente trabajo de investigación parte de la problemática que actualmente transita en las instituciones de nivel superior, en donde existe una tensión en el proceso (enseñanza – aprendizaje) entre la matemática escolar y la matemática funcional.

Es por ello que se pretende realizar una investigación que nos apoye a indagar el Aprendizaje que se logra al Orquestrar el uso de la Tecnología en el aula de clases, considerando al tema de funciones como la experimentación teórica-práctica, entendida como el proceso de describir en términos matemáticos la representación modelos que representan problemas cotidianos ó específicos de alguna ingeniería que cursa el estudiante y que sean factibles de ser analizados.

**El Binomio “Modelación – Visualización” para el Aprendizaje de las Matemáticas mediante el uso de la Tecnología (TIC – CAS)** se pretenden articular prácticas como una aproximación socioepistemológica, considerando que una parte significativa del conocimiento matemático se construye a través de prácticas sociales y enfocando la atención al uso de funciones en la “Modelación – Visualización” que se logra generar con el uso de la Tecnología.

Con ello, se plantea la necesidad de establecer al **binomio “Modelación – Visualización”** como una categoría de la matemática escolar, al intentar incidir positivamente en la marcha del sistema didáctico, proponiendo condiciones para un funcionamiento óptimo de quienes lo componen en una relación **Dinámica - Armónica** (profesor - estudiante - tecnología - aprendizaje).

## Marco teórico

La investigación se realizara considerando como marco la Teoría Socioepistemológica y la Génesis Instrumental, apoyándonos en las líneas de investigación de la metodología de Ingeniería Didáctica, Pensamiento Variacional y Reproducibilidad Didáctica.

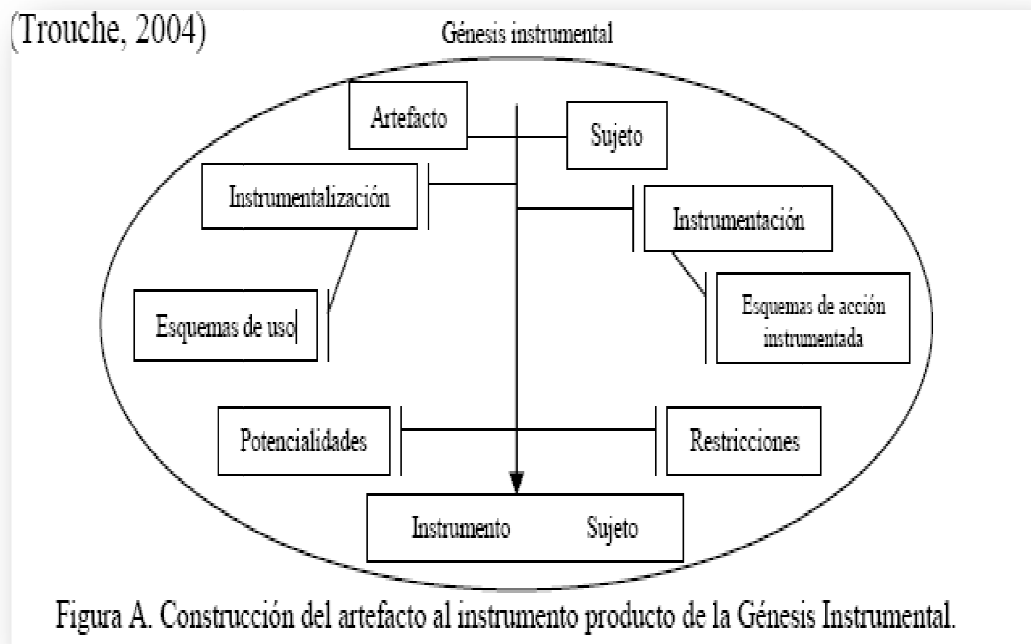
Con relación al enfoque socioepistemológico, se pretende analizar al fenómeno educativo desde una perspectiva sistémica, que incorpora las cuatro componentes fundamentales en la construcción del conocimiento, su naturaleza epistemológica, su dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo y los modos de transmisión vía la enseñanza, con el fin de encontrar las prácticas inmersas en la construcción de dicha teoría.

- En la componente epistemológica identificamos los usos de las gráficas: *distribución de puntos, comportamiento geométrico, análisis de la curva, cálculo de área, cálculo de volumen y análisis de la información* (Cen, 2006).
- En la componente cognitiva asumimos al conocimiento como una serie de procesos sustentados por mecanismos que se han desarrollado al seno de las prácticas institucionales.
- La componente didáctica explica la difusión del conocimiento a través del discurso matemático escolar, en este caso solo tenemos como referencia el análisis hecho a los libros de texto sugeridos en los programas de estudio.

- La componente social la asumimos al considerar a la graficación como una práctica social, ya que *los usos de las gráficas significan que la graficación puede llevar a cabo múltiples realizaciones y hacer ajustes en su estructura para producir un patrón o generalización deseable, es un medio que soporta el desarrollo del razonamiento y la argumentación* (Cordero, 2008; Suárez, 2008).

**Orquestación Instrumental** (Trouche, 2004) aborda la cuestión de cómo el profesor puede ajustar a los estudiantes individuales instrumentos y componer conjuntos coherentes de instrumentos, aumentando así tanto individuales y colectivos instrumentales génesis. Un *instrumento* se define como *la orquestación del maestro intencional y organización sistemática y la utilización de los diversos objetos disponibles en una - en nuestro caso informatizado - ambiente de aprendizaje en una determinada tarea de una situación matemática, a fin de orientar a los estudiantes génesis instrumental*. Estos objetos pueden ser **herramientas tecnológicas**, pero las tareas de los estudiantes trabajan en artefactos son importantes también. En la metáfora de la orquestación musical, la creación de la didáctica configuración se puede comparar con la elección de los instrumentos musicales que se incluidos en la orquesta, y la organización de ellos en el espacio para que los diferentes sonidos como resultado la más bella armonía.

A continuación en el esquema 1 se visualiza lo propuesto por (Trouche, 2004) con respecto a La Construcción del Artefacto al Instrumento producto de la Génesis Instrumental.



Para Artige (2001), esta génesis instrumental funciona en dos direcciones: en la primera dirección se dirige hacia el artefacto (herramienta tecnológica), dotándolo progresivamente de potencialidades, y transformándolo eventualmente para las aplicaciones específicas; la autora llama a esto la "instrumentalización" del artefacto; en la segunda dirección, la génesis instrumental se dirige hacia el sujeto, y conduce al desarrollo o a la apropiación de los esquemas de la acción instrumentada, los que progresivamente constituyen las técnicas que permiten una respuesta eficaz a las tareas dadas. Esto último es a lo que llama "instrumentación".

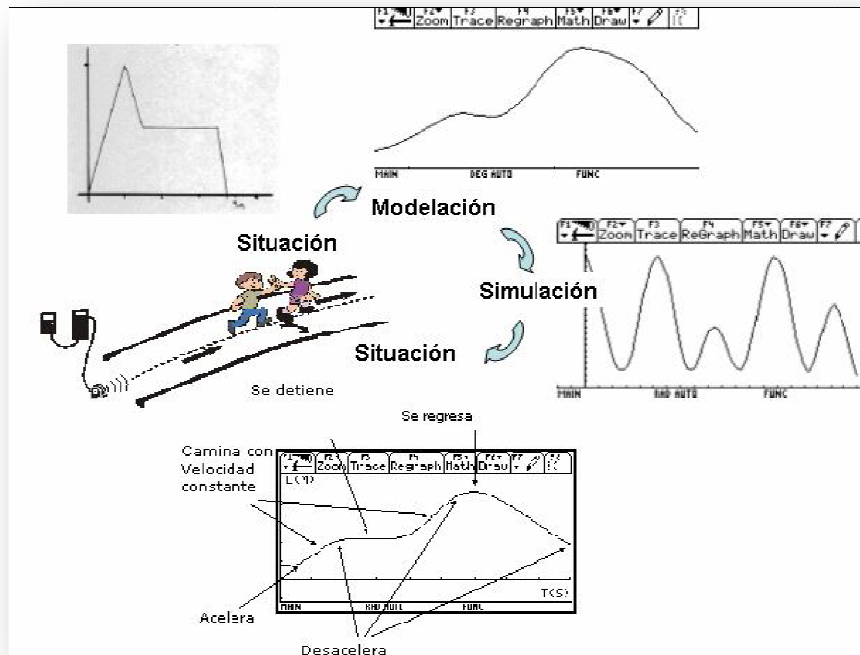
A continuación se referencian algunas investigaciones relacionadas con la Modelación y Visualización en donde se exponen resultados que logran articular la construcción del pensamiento matemático:

Borba & Villarreal (2005) Considera a la Modelación como un enfoque Pedagógico que se describe como una relación fuerte de métodos de investigación, la epistemología y la pedagogía. Esta aproximación Pedagógica denominada Modelación (modeling o project work) acentúa el papel de los estudiantes en la selección de problemas por investigar en el salón de clases. Los estudiantes por lo tanto, juegan un papel activo en el desarrollo de su currículo en vez de ser los beneficiarios de las tareas diseñadas por otros, en donde transitan en el proceso de modelación que acoge la experimentación, la abstracción, la resolución, la validación y modificación. Es una postura más abierta en la el profesor puede ayudar a los estudiantes a definir el problema seleccionado en el contexto escolar específico.

Cordero (2001) La Modelación Matemática: Debe ser entendida como la reconstrucción de significados que dan forma a las situaciones que crean los humanos y que participan en ellas; es una construcción original que utiliza material conocido, por ejemplo, las ideas y concepciones compartidas por los participantes. La parte esencial de la modelación es la formación de esas construcciones, y hacer distinción entre ellas para seleccionar una es una clase de actividades y acciones hechas con herramientas. Por ello, el humano se somete a usarlas, entenderlas y llevarlas a ciertos actos, y así reconstruir significados.

Arrieta (2003) Modelación: Es una construcción de conocimiento matemático en un ambiente social y que describe como un proceso de matematización en el aula como actividades que desarrollan interactivamente docentes y alumnos en un salón de clases, usando las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza (comprendidos los fenómenos sociales, económicos, etc.) confrontando y argumentando diferentes versiones.

En el siguiente esquema 2, se visualiza las etapas de modelación y simulación se propicia una perspectiva global y local de la situación de movimiento, este regreso constituye una resignificación de la situación.



Esquema 2: Ciclo Situación-Modelación-Simulación-Situación, elementos teóricos para estudiar el uso de las gráficas en la modelación del cambio y de la variación en un ambiente tecnológico, Liliana Suárez Téllez, Francisco Cordero Osorio, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

Zimmermann y Cunningham (1991) señalan que la visualización en la matemática es un proceso de formación de imágenes (mentalmente, o con papel y lápiz, o con la ayuda de la tecnología) y utilizarlos con el fin de la obtención de una mejor comprensión matemática y estimular el proceso de descubrimiento matemático. Donde se utilizan matemáticas relacionadas con el campo de lo numérico, gráfico, algebraico, verbal. De esta manera, la visualización opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas en el transitar de las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático

Borba & Villarreal (2005). Podemos afirmar que existe un "acuerdo teórico acerca de la el valor pedagógico de la visualización en la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje. Una idea encontrada que subyace en la definición de visualización, es la dicotomía entre lo interno y lo externo. Borda y Villarreal procuran evitar esta dualidad utilizando el constructo "humans-with-media" donde parecen fusionarse lo interno y lo externo. La

discusión sobre la visualización ganado una vida propia, como hemos visto en este capítulo, a pesar de que aún está conectado a la noción de múltiples representaciones.

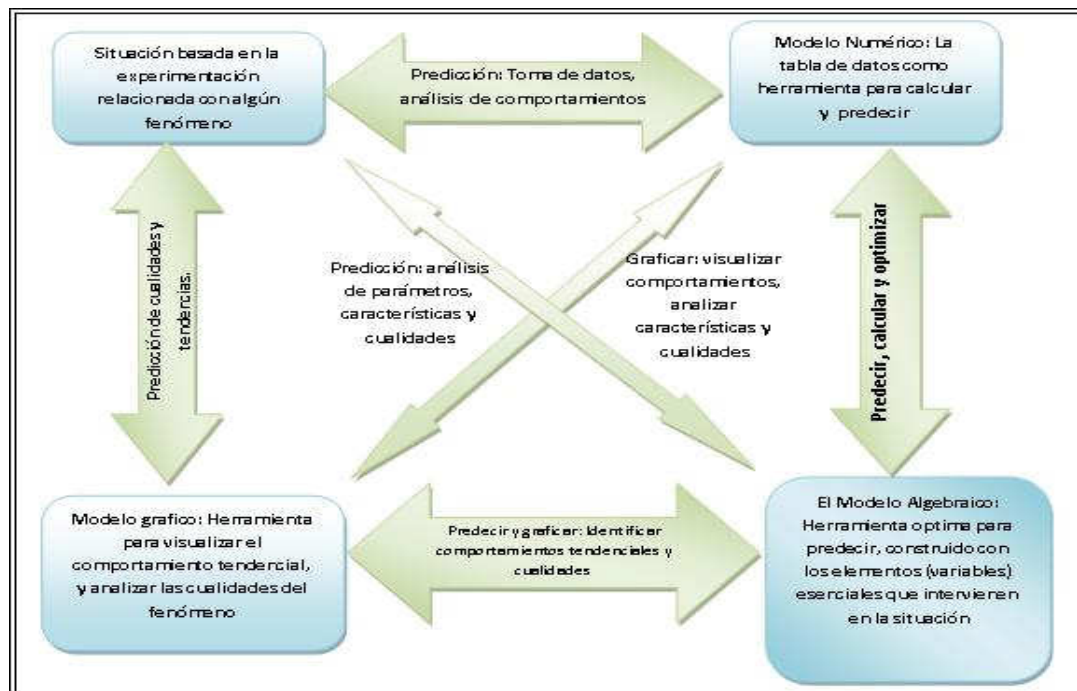
Borba y Confrey (1996) se refieren a la posibilidad de la coordinación de las múltiples representaciones (gráfica, numérica, algebraica) en un medio ambiente computacional. Asignación de una situación de interés para la visualización en enseñanza de las matemáticas, afirman que el razonamiento visual es un empoderamiento de forma de conocimiento que implica la necesidad de dar tiempo a los estudiantes, la oportunidad y recursos para elaborar construcciones, investigaciones, conjeturas y modificaciones. Los autores también afirman que las matemáticas visuales con el apoyo del uso de las computadoras constituyen un modelo para atraer a aquellos estudiantes que, explícita o implícitamente, rechazan la hegemonía de álgebra.

## **Metodología**

Hipotéticamente las prácticas de “Modelación-Visualización” pretenden estructurar aspectos que guardan una estrecha relación para cumplir con los objetivos de esta investigación, al buscar incorporar al discurso matemático escolar el Binomio “Modelación – Visualización” para el Aprendizaje de las Matemáticas haciendo uso de la Tecnología, involucrando fenómenos que describen situaciones cotidianas y sean factibles de análisis para ser estructurados didácticamente como un instrumento de inducción para plantear modelos matemáticos y el manejo de variables observables, resignificando el conocimiento, permitiendo al estudiante estructurar conjeturas, desarrollando el pensamiento “reflexivo- variacional”.

Para las actividades del diseño se plantea el uso de las funciones, a partir de tres enfoques: el primero se refiere a la construcción de gráficas utilizando la relación de correspondencia entre dos variables, el segundo uso es cuando se usan operaciones gráficas y el tercer uso se refiere a la Modelación y Visualización por medio de la simulación de un fenómeno físico empleando tecnología, que es el enfoque especial de este trabajo de investigación. Este aspecto tiene que ver con el estado del arte sobre aspectos de Modelación y Visualización. En la literatura de matemática educativa se han podido identificar algunas de las concepciones que tienen los estudiantes con la tarea de Modelación - Visualización, las cuales tienen que ver con la interpretación y construcción de las mismas.

Con estas actividades se pretende estructurar una red de modelos que ha sido trabajada por Farfán y Ferrari (2008), le llaman a lo numérico, lo gráfico y lo algebraico una red de modelos entremezclados con las prácticas de referencia y sociales, que crean un ámbito de argumentación y por ende de construcción de discurso alrededor de lo logarítmico. En el esquema 3 se visualiza lo expuesto por Farfán y Ferrari (2008).



Esquema 3. Un esquema de la red que produce la modelación

## Bibliografía:

- Arrieta, J. (2003).** Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de doctorado no publicada. DME, CINVESTAV- IPN, México.
- Artigue, M. (2007, julio).** Tecnología y Enseñanza de las matemáticas: el desarrollo de una aproximación instrumental. Conferencia Magistral en el CIAEM, Querétaro, México.
- Arcavi, A. & Hadas, N. (2000).** Computer mediated learning: an example o fan approach. *International journal of computers for mathematical learning* 5: 63-85.
- Borba, M. & Villarreal, M. (2007).** Humans – with – media and the reorganization of mathematical thinking, information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.
- Borba M. (1993/1994).** Students' Understanding of transformations of Functions using Multi-representational Software. Doctoral dissertation Cornell University. Published by Assoc. de Professores de Matemáticas (APM) Portugal 1994.
- Borba M. (1994).** A model for students' understanding in a multi-representational, environment, in: proceeding of the PME 18, J.P. Pnte and J.F. Matos, eds. 2: 104-111.
- Briceño, E. (2008).** El uso de las gráficas bajo una perspectiva instrumental. Un estudio socioepistemológico. 11th International congress on mathematical education.
- Barrera, F. & Santos, M. (2001).** Students' use and understanding of different mathematical representations of tasks in problem solving instruction. *Proceedings of the Twenty Three Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 1, pp. 459-466. ERIC

Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.

**Castañeda, A. (2004).** Un acercamiento a la construcción social del conocimiento: Estudio de la evolución didáctica del punto de inflexión. Tesis de Doctorado, CICATA, IPN, México.

**Cordero, F. (2006)** La Modelación y la Graficación en la matemática escolar. Artículo de investigación, Didáctica de la matemática. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

**Cosarrubias, S. (2003).** Un estudio de los cambios conceptuales en los alumnos del nivel medio y superior. A cerca del concepto de función. Tesis no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero.

**Cordero, F. (2001)** La distinción entre construcción del Cálculo. Una epistemología a través de la actividad humana. *Revista Latinoamericana de Matemática Educativa*, 4, 2, 103-128.

**Cordero, F. (2004).** La modelación y la enseñanza de las matemáticas. Artículo *Innovación Educativa* 21 IPN (Aceptado para su publicación).

**Cantoral, R.; Farfán, R. (1998)** Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Épsilon*, 42, 353-369.

**Cantoral, R. & Montiel, G. (2001).** *Visualización y pensamiento matemático*. México: Thomson Editores.

**Cen, C. (2006).** *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav-IPN, México, D.F., México.

**Cordero, F. (2008).** El uso de las gráficas en el discurso del cálculo escolar. Una visión socioepistemológica. En R. Cantoral, O. Covián, R. M. Farfán, J. Lezama & A. Romo (Ed.), *Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Un reporte Iberoamericano* (pp. 285-309). D. F., México: Díaz de Santos-Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. A. C.

**Drijvers, P., & Trouche, L. (2007).** From artifacts to instruments, a theoretical framework behind the orchestra metaphor. In M.K. Heid & G.W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: syntheses, cases, and perspectives* (pp. 363-385). Greenwich, CT: Information Age Publishing

**Farfán, R y Ferrari, M. (2008).** Un estudio Socioepistemológico de lo logarítmico: La construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 11(3), 309–354.

**Gutiérrez, A. (1996).** Visualization in 3-dimensional geometry in search of a framework, in: proceeding of the 20 PME, eds, 1:3-20.

**Gómez, A. (2007).** La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de tecnología. Tesis de maestría no publicada, CICATA-IPN, México.

**Lezama, F. (2003).** Un estudio de reproducibilidad de situación didáctica. Tesis de Doctorado no publicada, CICATA, IPN, México.

**Molina, R., Gerrero, L. (2004).** El papel de la visualización en el aprendizaje de las matemáticas. Tesis de maestría no publicada, Universidad Autónoma de Guerrero.

**Memorias (2001, enero).** Conferencia Internacional sobre uso de la Tecnología en la enseñanza de las matemáticas del nivel medio superior. Universidad Michoacana de san Nicolás de Hidalgo Morelia, Michoacán 10, 11, 12 de enero de 2001.

- Mesa, V., Gómez, P. (1997).** Calculadoras gráficas y precálculo: exploración de aspectos relacionados con la comprensión. Bogotá, Colombia: Universidad de los Andes, Centro de Investigación “una empresa docente”. Tomado de Internet: <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/em/recinf/reportes/calculadoras/presentac.html>.
- Ruthven, K. (1990).** The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms. *Educational Studies in Mathematics*, 21, pp.431-450.
- Suárez, L. (2008).** Modelación-Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. Tesis doctoral no publicada, Cinvestav-IPN, México, D. F., México.
- Zorrilla, J. (2008).** *El bachillerato mexicano: un sistema académicamente precario. Causas y consecuencias.* México: UNAM.
- Torres, A. (2004).** La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología. Tesis de maestría no publicada, CICATA\_IPN, México.
- Trouche, L. (2004).** Managing the complexity of human/machine interactions in computerized learning environments: Guiding students command process through instrumental orchestrations.
- Quesada, A., Maxwell, M. E. (1994).** The effects of using graphing calculators to enhance College students performance in precalculus. *Educational Studies in Mathematics*, 27, pp.205-215.
- Zazkis, R. & Dudinslly, E. & Dautemann, J. (1996).** Coordinating Visual and Analytic strategies: a study of students' understanding of the group D4, *Journal for research in mathematics education* 27(4):435-457.
- Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991)** Editors' Introduction: What is mathematical Visualization? , in: *Visualization in teaching and learning mathematics*, W. Zimmermann and S. Cunningham S eds. Mathematical Association of Americas Washington, Dc. pp. 1-8.